

Exercice : Mouvement et loi de gravitation

type

Le système de positionnement Galileo

Connaître sa position exacte dans l'espace et dans le temps : autant d'informations qu'il sera nécessaire d'obtenir de plus en plus fréquemment avec une grande fiabilité. Dans quelques années, ce sera possible avec le système de radionavigation par satellite Galileo, initiative lancée par l'Union européenne et l'Agence spatiale européenne (ESA). Ce système mondial assurera une complémentarité avec le système actuel GPS (*Global Positioning System*).

Complémentaire du GPS, Galileo offrira une précision au mètre près sur toute la surface du globe, contre 5 à 10 m pour le système américain. Il assurera également une meilleure couverture dans les zones à haute latitude (notamment en Arctique). En combinaison avec le GPS, il pourra fonctionner dans les grands centres urbains peu dégagés et en environnement contraint.

Le 28 décembre 2005, le satellite Giove-A, qui est le premier des 30 satellites du projet Galileo, a été mis sur une orbite circulaire par une fusée Soyouz-Frégate.

Données. Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

Rayon de la Terre : $R_T = 6,37 \times 10^3 \text{ km}$.

Masse de la Terre : $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$.

Altitude du satellite Giove-A : $h = 23\,260 \text{ km}$.

On notera S le satellite et T le centre de la Terre.

1. Expliquer le mode de propulsion de la fusée Soyouz-Frégate.
2. **a.** Dans quel référentiel doit-on se placer afin d'étudier le mouvement du satellite Giove-A ?
b. Exprimer vectoriellement la force qui modélise l'action mécanique exercée par la Terre sur ce satellite.
3. **a.** En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'expression vectorielle de l'accélération \vec{a}_S de ce satellite.
b. Que peut-on alors en déduire sur son mouvement ?
4. Exprimer, puis calculer la vitesse v_S de ce satellite autour de la Terre.
5. **a.** Définir la période de révolution T_S de ce satellite.
b. Exprimer puis calculer T_S , en seconde puis en heure.

➤ Coups de pouce

2. b. Utiliser la loi de la gravitation universelle.

3. a. On a : $\frac{d\vec{p}}{dt} = m_S \cdot \vec{a}_S$.

b. Déterminer le produit scalaire des vecteurs vitesse et accélération du satellite.

4. Pour un mouvement uniforme, on a : $a_S = \frac{v_S^2}{r}$.

5. b. L'orbite du satellite est un cercle de rayon $R_T + h$: la distance parcourue pendant la durée T_S est la circonférence du cercle d'un tel rayon, soit $2\pi(R_T + h)$.

EXEMPLE DE RÉOLUTION

1. Les gaz expulsés par la fusée Soyouz-Frégate sont à l'origine de son mouvement : c'est le **mode de propulsion par réaction**.

2. a. On doit se placer dans un référentiel **géocentrique supposé galiléen**.

b. $\vec{F}_{T/S} = \frac{G \cdot m_S \cdot M_T}{r^2} \cdot \vec{u}_{ST}$, où \vec{u}_{ST} est un vecteur unitaire porté par

la droite (TS) orienté de S vers T, r est le rayon de l'orbite du satellite : $r = R_T + h$, m_S est la masse du satellite.

3. a. On applique la deuxième loi de Newton à ce satellite : $d\vec{p}/dt = \vec{F}_{T/S}$ (car $\vec{F}_{T/S}$ est la seule force qui s'exerce sur le satellite) ;

donc $m_S \cdot \vec{a}_S = \frac{G \cdot m_S \cdot M_T}{r^2} \cdot \vec{u}_{ST}$;

d'où $\vec{a}_S = \frac{G \cdot M_T}{r^2} \cdot \vec{u}_{ST}$

b. On a alors : $\vec{v}_S \cdot \vec{a}_S = 0$.

On en déduit que le mouvement du satellite est **uniforme**.

4. On a : $a_S = \frac{G \cdot M_T}{r^2} = \frac{v_S^2}{r}$, car le mouvement est uniforme.

Donc $v_S = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$.

A.N. : $v_S = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}{6,37 \times 10^6 + 23\,260 \times 10^3}}$

$$v_S = 3,67 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

5. a. La période de révolution T_S de ce satellite est la **durée qu'il lui faut pour accomplir un tour complet sur son orbite**.

b. On a : $T_S = \frac{2\pi(R_T + h)}{v_S}$.

A.N. : $T_S = \frac{2\pi \times (6,37 \times 10^6 + 23\,260 \times 10^3)}{3,67 \times 10^3} = 5,07 \times 10^4 \text{ s}$.

Soit $T_S = \frac{5,07 \times 10^4}{3600}$, donc $T_S = 14,1 \text{ h}$