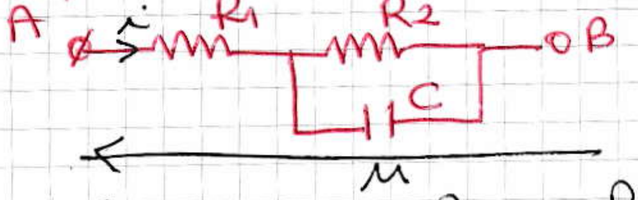
Correction TD1

Exercice 1



1°/ $\underline{Z} = R_1 + (R_2 \parallel C) = R_1 + \dfrac{R_2 \times \underline{Z}_C}{R_2 + \underline{Z}_C}$

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{R_2 \times 1/jC\omega}{R_2 + \frac{1}{jC_2\omega}} = R_1 + \frac{R_2}{1 + jR_2C\omega}$$

$$\boxed{\underline{Z} = R_1 + \frac{R_2}{1 + jR_2C\omega}}$$

2°/ il faut écrire l'impédance $\underline{Z}$ sous la forme algébrique $a + jb$

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{R_2(1 - jR_2C\omega)}{(1 + jR_2C\omega)(1 - jR_2C\omega)} = R_1 + \frac{R_2(1 - jR_2C\omega)}{1^2 + (R_2C\omega)^2}$$

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{R_2}{1 + (R_2C\omega)^2} - j\frac{R_2^2C\omega}{1 + (R_2C\omega)^2}$$

$$\tan\varphi = \frac{b}{a}$$

$$\tan\varphi = \frac{-R_2^2C\omega}{R_1(1 + (R_2C\omega)^2) + R_2} = \frac{-R_2^2C\omega}{R_1 + R_2 + (R_2C\omega)^2}$$

$$\tan\varphi = \frac{-R_2^2C\omega}{R_1 + R_2 + (R_2C\omega)^2}$$

$$\boxed{\varphi = \tan^{-1}\left(-\frac{R_2^2C\omega}{R_1 + R_2 + (R_2C\omega)^2}\right)}$$

3°/ $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{[240 ; 0°]}{[Z ; \varphi_Z]}$ $\omega = 2\pi \times f = 314 \text{ rad s}^{-1}$

$\underline{Z} = 25 + \frac{200(1 - j\,200 \times 50.10^{-6} \times 314)}{1 + (200 \times 50.10^{-6} \times 314)^2}$

$\underline{Z} = 25 + \frac{200 - j\,628}{10,86} = 43,42 - j\,57,83$

$\boxed{\underline{Z} = 43,42 - j\,57,83}$

Forme Polaire de $\underline{Z}$:

$|Z| = \sqrt{43,42^2 + (57,83)^2} = 72,3\ \Omega$

$\varphi_Z = \tan^{-1}\left(\frac{-57,83}{43,42}\right) = -0,926 \text{ rad}$

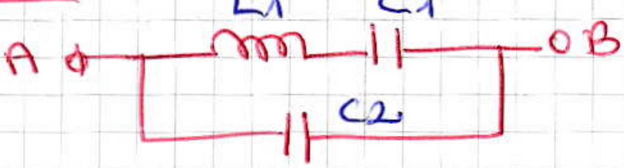
$\Longrightarrow \underline{Z} = [72,3 ; -0,926]$

$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{[240 ; 0°]}{[72,3 ; -0,926]} = \left[\frac{240}{72,3} ; 0 - (-0,926)\right]$

$\underline{I} = [3,32 ; +0,926]$

$\Longrightarrow \boxed{i(t) = 3,32 \times \sqrt{2} \sin(\omega t + 0,926)}$

Exercice 2



1°/ $\underline{Z} = \underline{Z}_1 \parallel \underline{Z}_{C_2}$ $\quad \underline{Z}_1 = j\left(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}\right)$

$\underline{Z}_{C_2} = \frac{1}{jC_2\omega}$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_{C_2}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_{C_2}} = \frac{\frac{1}{jC_2\omega} j\left(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}\right)}{\frac{1}{jC_2\omega} + j\left(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}\right)}$$

$$\underline{Z} = \frac{-(1 - L_1C_1\omega^2)}{C_1C_2\omega^2\left(\frac{1}{jC_2\omega} + j\left(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}\right)\right)}$$

$$\underline{Z} = \frac{-(1 - L_1C_1\omega^2)}{\frac{C_1\omega}{j} + j\,(L_1C_1\omega^2 - 1)\,C_2\omega}$$

$$\underline{Z} = \frac{-(1 - L_1C_1\omega^2)}{-jC_1\omega + jC_2\omega(L_1C_1\omega^2 - 1)}$$

$$\underline{Z} = \frac{1 - L_1C_1\omega^2}{jC_1\omega + jC_2\omega(1 - L_1C_1\omega^2)}$$

$$\underline{Z} = \frac{1 - L_1C_1\omega^2}{j(C_1 + C_2)\omega - jL_1C_1C_2\omega^3}$$

$$\underline{Z} = \frac{1 - L_1C_1\omega^2}{j(C_1 + C_2)\omega\left[1 - j\frac{L_1C_1C_2}{C_1 + C_2}\omega^2\right]}$$

$$\underline{Z} = \frac{+j}{j^2(C_1+C_2)\omega} \times \frac{1-\frac{\omega^2}{\omega_1^2}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_2^2}}$$

$$\boxed{\underline{Z} = \frac{-j}{(C_1+C_2)\omega} \times \frac{1-\frac{\omega^2}{\omega_1^2}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_2^2}}}$$

avec $\boxed{k = C_1 + C_2}$; $\boxed{\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}}}$

et $\omega_2 = \sqrt{\frac{C_1+C_2}{L_1C_1C_2}} = \sqrt{\frac{C_1+C_2}{C_2}} \times \sqrt{\frac{1}{L_1C_1}}$

2/

$\omega_2 = \sqrt{1+\frac{C_1}{C_2}} \times \omega_1$ $\boxed{\omega_2 > \omega_1}$

$$\boxed{\omega_2 = \sqrt{\frac{C_1+C_2}{L_1C_1.C_2}}}$$

- Si $\omega \ll \omega_2 \Rightarrow \underline{Z} \simeq \frac{-j}{k\omega}$

la partie imaginaire de $\underline{Z}$ est négative $\Rightarrow$ le dipôle a un comportement d'un circuit capacitif

- Si $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_2$ alors $\underline{Z} \simeq \frac{-j}{k\omega} \times \left(\frac{-\omega^2}{\omega_1^2}\right)$

$1-\frac{\omega^2}{\omega_1^2} \simeq -\frac{\omega^2}{\omega_1^2}$

$1-\frac{\omega^2}{\omega_2^2} \simeq 1$

$$\underline{Z} \simeq \frac{j\,\omega^2}{k\omega.\omega_1^2} = j\frac{\omega}{k\omega_1^2}$$

La partie imaginaire de $\underline{Z}$ est positive donc l'impedance a un comportement inductif.

- Si $\omega \gg \omega_2$ donc $\omega \gg \omega_1$

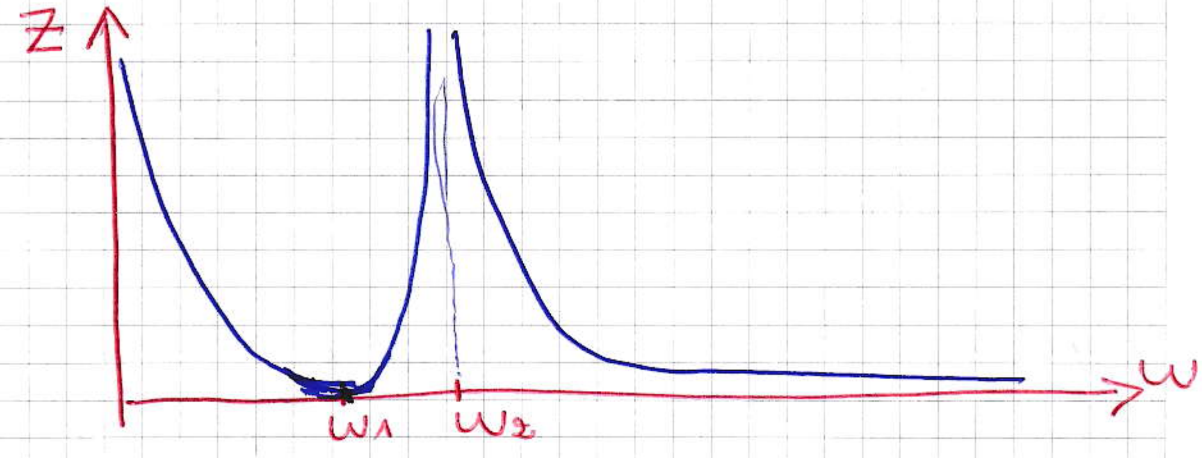
$$1-\frac{\omega^2}{\omega_1^2} \simeq -\frac{\omega^2}{\omega_1^2} \quad \text{et} \quad 1-\frac{\omega^2}{\omega_2^2} = \frac{-\omega^2}{\omega_2^2}$$

donc $\underline{Z} = \frac{-j}{k\omega} \cdot \left(\frac{-\omega^2/\omega_1^2}{-\omega^2/\omega_2^2} \right)$

$$\underline{Z} = \frac{-j}{k.\omega} * \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}$$

la partie imaginaire de l'impedance est négative => le dipôle a le comportement d'un circuit capacitif.

3°/



Pour $\omega = \omega_1$ $Z = 0$