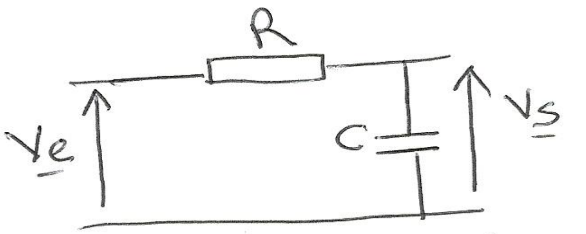
Correction TD : filtre Passe bas



$R = 50\,\Omega$

$C = 15{,}9\,\mu F$

1°/ on applique le principe de diviseur de tension : $\boxed{\underline{V_s} = \underline{V_e} \times \frac{\underline{Z_c}}{\underline{Z_c} + R}}$ ①

avec $\underline{Z_c} = \frac{1}{jC\omega}$

2°/ $\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$?

① $\Rightarrow \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{\underline{Z_c}}{\underline{Z_c} + R} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R} = \frac{1}{jC\omega\left(\frac{1}{jC\omega} + R\right)}$

donc $\underline{T}(j\omega) = \frac{1}{\frac{jC\omega}{jC\omega} + jRC\omega} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\left(\frac{1}{RC}\right)}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

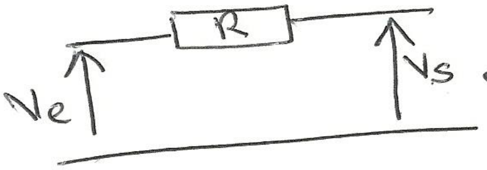
3°/ $|\underline{T}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$ avec $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

4°/ $\lim_{\omega \to 0} |\underline{T}(j\omega)| = 1$

5°/ $\lim_{\omega \to +\infty} |\underline{T}(j\omega)| = 0$

6°/ lorsque $\omega \to 0$ $Z_c = \frac{1}{C\omega} \to +\infty$ donc le condensateur se comporte comme un circuit ouvert

On a le schéma équivalent suivant du filtre:



le condensateur est remplacé par un circuit-ouvert.

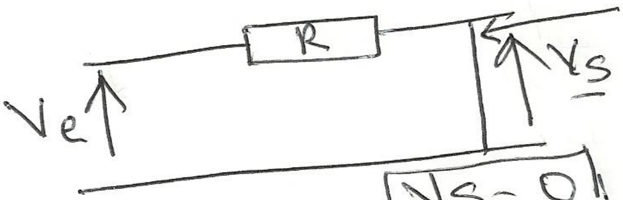
On a $\boxed{V_s = V_e}$

les signaux basses-fréquences passent à travers le filtre.

7°/ lorsque $\omega \longrightarrow +\infty$ on a $Z_c = \frac{1}{C\omega} \longrightarrow 0$

le condensateur se comporte comme un court-circuit

On a le schéma équivalent du filtre lorsque $\omega \longrightarrow +\infty$



le condensateur est remplacé par un simple fil.

On a $\boxed{V_s = 0}$

les signaux hautes fréquences présents à l'entrée du filtre ne passent pas

8°/ d'après les Questions 6°/ et 7°/ c'est un filtre Passe-bas.

9°/ $\underline{T}(j\omega) = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}$ avec $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

$$\omega_0 = \frac{1}{50 \times 15{,}9.10^{-6}} = 1257\,rd\,s^{-1}$$

fréquence de coupure du filtre | $f_0 = \frac{\omega_c}{2\pi} = 200\,Hz$.

$$T_{dB} = 20\log(|\underline{T}(jw)|) = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{w}{w_0}\right)^2}}\right)$$

Pour $w \ll w_0$ $\quad T(dB) \longrightarrow 20\log 1 \simeq 0\,dB$

Pour $w \gg w_0$ $\quad T(dB) \longrightarrow 20\log\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{w}{w_0}\right)^2}}$

$$T(dB) \xrightarrow{\text{tend}} \text{vers } -20\log\sqrt{(w/w_0)^2}$$

le gain $T(dB) \simeq -20\log\left(\frac{w}{w_0}\right)$

Pour $w = w_0$ $\longrightarrow T(dB) \simeq -20\log 1 \simeq 0\,dB$

Pour $w = 10w_0$

$$T(dB) \simeq -20\log\left(\frac{10\cancel{w_0}}{\cancel{w_0}}\right)$$

$$T(dB) \simeq -20\log 10 = -20\,dB$$

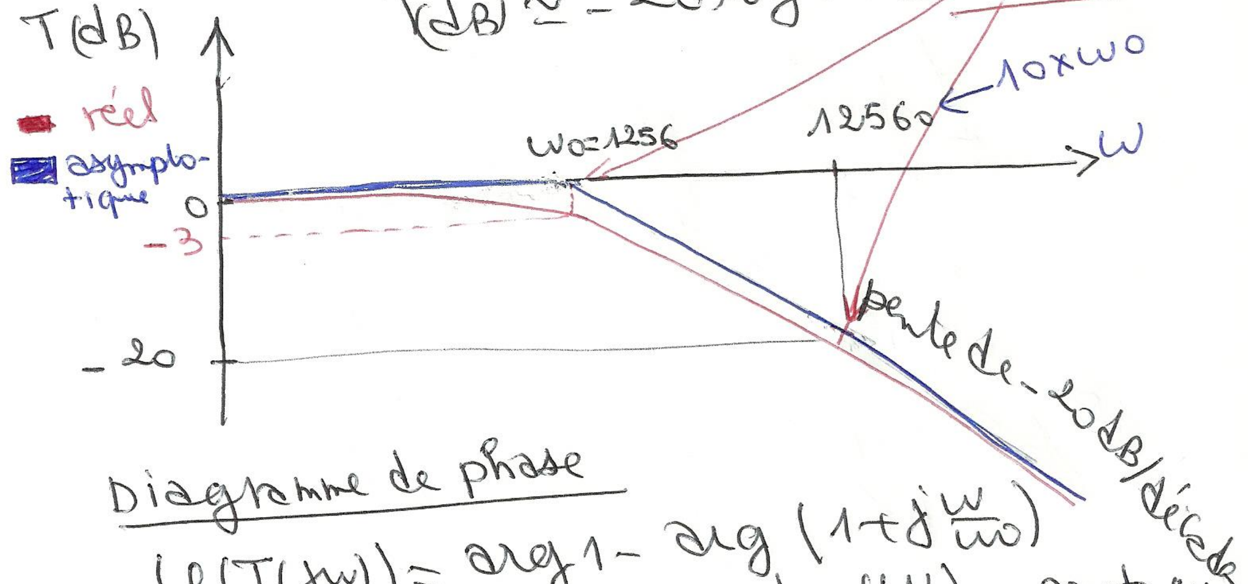


Diagramme de phase

$$\varphi(T(jw)) = \arg 1 - \arg\left(1 + j\frac{w}{w_0}\right)$$

$$\varphi(T(jw)) = 0 - \arctan\left(\frac{\frac{w}{w_0}}{1}\right) = -\arctan\left(\frac{w}{w_0}\right)$$

Pour $w \ll w_0$ $\quad$ on a $\frac{w}{w_0} \to 0$ donc $\arctan\left(\frac{w}{w_0}\right) \to 0$

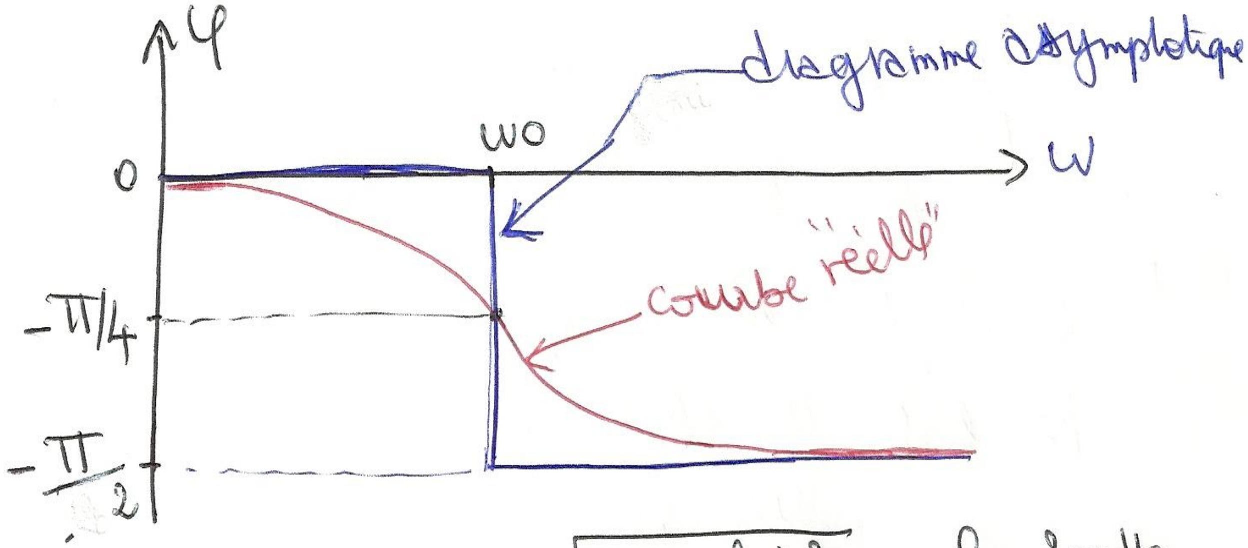
$$\boxed{\varphi(T(jw)) \longrightarrow 0}$$

Pour $w \gg w_0$ $\quad$ on a $\frac{w}{w_0} \to +\infty$ $\quad \arctan(+\infty) \to +\frac{\pi}{2}$

$$\boxed{\varphi(T(jw)) \longrightarrow -\pi/2}$$

Pour $w = w_0$ $\quad$ on a $\frac{w}{w_0} = 1 \Longrightarrow \arctan 1 = +\pi/4$

$$\boxed{\varphi(T(jw)) = -\pi/4}$$



10°) $T(dB) = -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$ $\quad f_0 = 200Hz$

$$T_{dB}(f = 50Hz) = -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{50}{200}\right)^2} = -0{,}53\,dB$$

$$T_{dB}(f = 3000Hz) = -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{3000}{200}\right)^2} = -47\,dB$$